

Prof. Avelino SAMARTIN

**ANALISIS DE LA DINAMICA DEL IMPACTO
APLICACION AL CHOQUE DE UN BARCO CON UN PUENTE**

Identificación: A. 3. 1. 5

ANALISIS DE LA DINAMICA DEL IMPACTO.

APLICACION DEL CHOQUE DE UN BARCO CON UN PUENTE

1. – INTRODUCCION

La consideración de los efectos producidos por la colisión de un barco con una pila de un puente sobre el Estrecho de Gibraltar constituye una exigencia en un diseño adecuado de la estructura. En efecto, la existencia de un tráfico marítimo interno — con barcos que pueden alcanzar las 500.000 toneladas — las importantes corrientes que se generan en la zona, representan factores que, incluso con una estricta regulación y control de la navegación en el Estrecho, elevan la probabilidad de ocurrencia de este suceso (1). Sin embargo, una comprobación adecuada de la integridad estructural del puente bajo la acción del choque de un barco debería llevarse a cabo únicamente en estados avanzados del proyecto. Un cálculo de este tipo precisa un esfuerzo computacional muy importante y, por otra parte, las consecuencias del choque, raras veces modifican los parámetros significativos del diseño y su concepción general, y sólo en algunos casos exige la modificación de detalles constructivos y la disposición del pertinente sistema de defensa alrededor de las pilas. A estos efectos, el próximo evento (2) permitirá alcanzar conclusiones más elaboradas.

En este artículo, se presenta de un modo sucinto la formulación general de la dinámica del impacto, cuya aplicación al caso particular del choque del barco con las defensas de las pilas corresponde a una simple aplicación. Alternativamente, se expone un método aproximado para el estudio estructural de los efectos del impacto. Finalmente, se comentan las posibilidades de aplicación de los procedimientos anteriores a un puente sobre el Estrecho y se dan indicaciones de los programas de computador más importantes que permiten un análisis de este tipo.

2. – ANALISIS DEL IMPACTO

2.1.— Planteamiento del problema

Dada la importancia de la navegación que cruza el Estrecho, se supone en principio, que existen absorbedores de choques alrededor de las pilas, puesto que éstas en general serán incapaces de soportar sin grandes movimientos y deformaciones las enormes cargas que se producen.

Con objeto de analizar las características de un sistema absorbedor de choques, se considera el siguiente sistema estructural simplificado (figura 1). Una masa M (el barco) con una velocidad \dot{x} que colisiona con la pila (en reposo) representada por el voladizo (sistema estructural 1) y un absorbedor (sistema elástico 2). No se tiene en cuenta por ahora el efecto del agua.

En el proceso del impacto, la energía cinética del barco se convierte en energía de deformación U de los dos sistemas estructurales. Durante un determinado lapso de tiempo t_1 el sistema 1 se deforma hasta alcanzar un máximo, instante para el cual inicia su deformación la pila (sistema 2), de acuerdo con el esquema de la figura 2.

Se observa entonces que el sistema 2 no responde al impacto hasta después de transcurrido el tiempo t_1 , cuando la fuerza de inercia del barco se transmite a través del sistema 1 al sistema 2. Por lo tanto, si la energía de deformación máxima producida hasta el instante t_1 se mantiene de un modo permanente en el sistema 1, entonces apenas se transmite energía al sistema 2. (Figura 3).

La única forma de conservar permanentemente el máximo de energía de deformación en el sistema 1 consiste en procurar que se produzcan en el mismo deformaciones permanentes o plásticas. Es preciso, por consiguiente, en un análisis realista del impacto y dimensionamiento del sistema protector de absorción, la consideración de los aspectos no lineales del material y en especial, la plasticidad. Desarrollos teóricos, basados en el planteamiento lineal y elástico convencional, como en (3), presentan un interés meramente académico, y permiten cualificar las variables que intervienen en el fenómeno del impacto, pero no deberían ser utilizadas en un diseño de una estructura real.

2.2.— Hipótesis fundamentales

El problema del impacto constituye un ejemplo importante que se estudia dentro de la disciplina de la Dinámica rápida de las estructuras. Como es conocido, las fuerzas de inercia que se generan en una estructura al desplazarse caracterizan un análisis dinámico. Ciertos tipos de acciones no impulsivas — viento, terremotos,

etc. — producen efectos en una estructura que pueden ser evaluados, si ésta es lineal, de forma eficiente mediante la técnica usual de descomposición de modos o análisis modal. Este tipo de problemas dinámicos se suelen denominar inerciales frente a los típicos de la dinámica rápida que caracterizan por responder la estructura de un modo continuo, es decir, la acción dinámica se propaga a través de la estructura con una determinada velocidad. La respuesta podría determinarse de una forma muy poco eficaz con un análisis modal (aparecerían ruidos y el número de modos sería muy elevado) por lo que se hace en general preciso, un análisis de propagación de ondas. Estos problemas dinámicos de propagación caracterizan a la dinámica rápida. Si la velocidad de las ondas es importante, la respuesta de la estructura está caracterizada por las ecuaciones constitutivas (tensiones y deformaciones y sus velocidades en algunos casos) del material y la estructura. En el caso de velocidades ultrarápidas, el efecto local rige prácticamente la respuesta de la estructura, y aparecen en muchos casos cambios de fase en los materiales. En estas situaciones, comunes en balística, las características locales del material que interviene en la colisión determina el fenómeno y la geometría de la estructura pierde su importancia.

En el caso de colisión de barcos con pilas, la velocidad del impacto es lo suficientemente elevada para considerar la geometría y características de los materiales que intervienen en el choque. Sin embargo, no se tendrán en cuenta los fenómenos de cambio de estado (comportamiento cuasi hidrodinámico) de los mismos.

El estudio de la dinámica del choque se lleva a cabo utilizando los recursos de la mecánica de los medios continuos. El planteamiento debe de tener en cuenta las no linealidades producidas por los grandes movimientos y deformaciones en la estructura así como los cambios de comportamiento del material.

Básicamente, la ecuación dinámica del movimiento es:

$$\underline{M} \ddot{\underline{x}} + \underline{C} \dot{\underline{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{F} \quad [1]$$

en donde \underline{M} , \underline{C} y \underline{K} son respectivamente las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez de sistema y, en general, no constantes.

Los vectores \underline{x} , $\dot{\underline{x}}$, $\ddot{\underline{x}}$ representan los movimientos, velocidades y aceleraciones en todos los grados de libertad que definen la estructura.

Finalmente \underline{F} es la fuerza exterior aplicada a la fuerza de contacto.

La reducción del comportamiento de una estructura

compleja y continua a la ecuación discreta [1], ha sido posible, en las últimas décadas merced al desarrollo del método de los elementos finitos, de tal forma que se puede considerar todo tipo de cambios geométricos, detalles y cargas sin adicional dificultad. Se puede acomodar, dentro de una formulación en elementos finitos, grandes deformaciones, cambios de material, fuerzas de contacto, efectos de la velocidad de deformación, endurecimiento, etc. En el apartado 3 se resume la formulación del problema no lineal en una estructura continua y la técnica de discretización en elementos finitos.

Existen varios procedimientos numéricos de resolución de la ecuación [1]. En general son técnicas en diferencias en el tiempo (explícitas o implícitas) que permiten calcular la respuesta del sistema paso a paso. Si se modeliza la estructura de modo que la matriz de masas sea diagonal, se podrán resolver las ecuaciones [1] a nivel de elemento por elemento. También es posible, en un esquema de diferencias finitas, poner al día a comienzo del intervalo de tiempo, las matrices de rigidez y las leyes constitutivas del material con los valores de las deformaciones y movimientos obtenidos en el intervalo de tiempo anterior.

Se comprende que es preciso disponer de un programa de cálculo por ordenador, que no sólo resuelva la ecuación [1], sino que organice de un modo ordenado la salida de resultados mediante los oportunos post procesadores (historias temporales, contornos de resultados, etc.) y generar adecuadamente el volumen considerable de datos que precisa un método en elementos finitos (preprocesadores). En el momento actual, existen un número importante de paquetes de programas que permiten llevar a cabo un análisis dinámico del impacto. Algunos se iniciaron restringidos a las estructuras bidimensionales (2-D), todos como HONDO, WAVE, DYNA 2D. En época reciente, aparecen programas que analizan estructuras 3-D generales, como DYNA 3D, PISCES, MARC, ADINA, PR3D, etc. Si bien las técnicas de resolución de las ecuaciones dinámicas [1] no presentan problemas insuperables, la principal dificultad de utilización de los programas de computador citados — particularmente los correspondientes a estructuras 3-D — corresponde a su inherente elevado coste de computación. Por ello, generalmente, en fase de diseño se suele evitar los costosos cálculos dinámicos de las diferentes soluciones que sucesivamente se consideran y sólo se aplica para la estructura elegida en el proyecto definitivo. Las soluciones intermedias, generadas en el proceso de diseño, se calculan mediante procedimientos aproximados como el que se describe más adelante, en el apartado 4.

3. - CALCULO DINAMICO DEL IMPACTO

3.1.- Planteamiento teórico

En lo que sigue se expone la base teórica que soporta un bien conocido programa en elementos finitos tridimensional con formulación explícita y que utiliza las características de programación vectorial, para la obtención eficiente de la respuesta dinámica en grandes deformaciones de sólidos inelásticos. Este programa denominado DYNA 3D contiene un algoritmo de contacto-impacto que permite describir despegues y deslizamientos a lo largo de las interfaces del material. Mediante una especialización de este algoritmo, tales interfaces pueden ser constreñidas a admitir zonificación variable sin la necesidad de regiones de transición. La discretización espacial se logra mediante elementos finitos simples - ladrillos de ocho nudos - y las ecuaciones del movimiento se integran mediante un método en diferencias centrales. El programa se encuentra actualmente implementado en ordenadores CRAY-1 y CDC7600. La exposición teórica de este apartado sigue las líneas desarrolladas en 4.

Si se considera el cuerpo que muestra la figura 4, el objetivo del cálculo es obtener las deformaciones, dependientes del tiempo, que se producen en un punto situado en b inicialmente en a_α ($\alpha = 1, 2, 3$) con respecto a un sistema rectangular de coordenadas y que se mueve al punto x_i ($i = 1, 2, 3$) con relación al mismo sistema de coordenadas. Considerando una formulación lagrangiana, las deformaciones se pueden expresar en función de las coordenadas convexas, a_α y el instante t :

$$x_i = x_i(a_\alpha, t) \quad [2]$$

En el instante inicial se cumple:

$$\begin{aligned} x_i(a_\alpha, 0) &= a_\alpha \\ \dot{x}_i(a_\alpha, 0) &= u_i(a_\alpha) \end{aligned} \quad (\text{velocidad inicial})$$

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{x}_i \quad [3]$$

que en el contorno ∂b_1 satisface las condiciones de fuerzas:

$$\sigma_{ij} n_j = t_i(t) \quad [4]$$

y de movimientos en el contorno ∂b_2

$$x_i(a_\alpha, t) = D_i(t)$$

A lo largo de la discontinuidad (contacto) ∂b_3 se satisface, cuando $x_i^+ = x_i^-$

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j = 0 \quad [5]$$

En estas ecuaciones se denomina σ_{ij} a la tensión de Cauchy, ρ a la densidad, f_i la intensidad de las fuerzas distribuidas, \ddot{x}_i la aceleración. Se indica con una coma la diferenciación con variante y n_j es la normal exterior al elemento en el contorno ∂b .

La conservación de la masa se establece de un modo directo como sigue:

$$\rho V = \rho_0 \quad [6]$$

con

$$V = \|F_{ij}\| = \left\| \frac{\partial x_i}{\partial a_j} \right\| = \text{volumen relativo o determinante de la matriz gradiente.}$$

ρ_0 es la densidad de referencia.

La ecuación de la energía es:

$$\dot{E} = V S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - (P+q) \dot{V} \quad [7]$$

en donde s_{ij} y p representan las tensiones desviatorias y la presión, respectivamente, es decir:

$$\rho_{ij} = \sigma_{ij} + (p+q) \delta_{ij} \quad [8]$$

$$p = -\frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij} - q = -\frac{1}{3} \sigma_{kk} - q \quad [9]$$

En estas ecuaciones, q es una viscosidad volumétrica que se describirá más adelante y δ_{ij} la delta de Kronecher

$$(\delta_{ii} = 1, \text{ y } \delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j).$$

Las ecuaciones anteriores que corresponden a un problema de condiciones de contorno e iniciales pueden escribirse en formulación débil (variacional o trabajos virtuales). Estas ecuaciones se pueden discretizar según la técnica típica de los elementos finitos, mediante elementos exaédricos interconectados a puntos nodales en la configuración de referencia y seguir las partículas a lo largo del tiempo, es decir:

$$x_i(a_\alpha, t) = x_i[a_\alpha(\xi, \eta, \zeta), t] = \sum_{j=1}^8 \phi_j(\xi, \eta, \zeta) x_i^j(t) \quad [10]$$

La función de forma en el exaedro es:

$$\phi_j = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_j) (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j) \quad [11]$$

con ξ_j , η_j y ζ_j las coordenadas naturales con valores nodales ($\pm 1, \pm 1, \pm 1$) y x_i^j es la coordenada nodal en el nudo j de los nudos apropiados se pueden generar elementos desde cuatro a siete nudos.

La aplicación del método de los elementos finitos permite deducir las matrices de rigidez y masa así como las fuerzas exteriores de la ecuación [1]. Para ello debe llevarse a cabo integraciones de volumen (y de superficie) sobre elementos del siguiente tipo:

$$\int_V g dv = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 g |J| d\xi d\eta d\zeta \quad [12]$$

La integración se realiza numéricamente mediante la fórmula de Gauss. Un importante ahorro de cálculo y a veces mejores resultados, se obtiene si se considera un número reducido de puntos de integración (uno, en el centro de gravedad del elemento, para este caso). Sin embargo, existe la posibilidad en estos casos de aparición de modos espúreos de energía nula (hourglass). Es preciso controlar entonces este fenómeno numérico. Existen, con este fin, diversos algoritmos —Flanagan-Belytschko (5), Wilkins (6), Koslov y Frasier (7) entre otros — aquí se resume el desarrollado por Hallquist en la publicación citada.

Si σ_{ik} ($j = 1, 4$ y $k = 1, 8$) constituyen la base de vectores del "hourglass" para el elemento exaédrico, se calculan las fuerzas viscosas resistentes como:

$$f_{ik} = -a_{ij} \sum_{j=1}^4 h_{ij} v_{jk} \quad (i=1,3) \quad [13]$$

en donde h_{ij} se define como la magnitud del modo espúreo.

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^8 V_i^k v_{jk} \quad [14]$$

$$a_h = -Q_{hg} \rho V_e^{2/3} \frac{c}{4}$$

con V_e es el volumen del elemento, c es la velocidad del sonido, Q_{hg} es una constante que se define externamente al cálculo con valores típicos entre 0,05 y 0,15 y V_i^k es la velocidad modal del nudo k en la dirección i .

La aplicación del método de los elementos finitos conduce en el instante $t = t^n$ a la siguiente ecuación:

$$\underline{M} \underline{\ddot{a}}^n = \underline{P}^n - \underline{F}^n + \underline{H}^n \quad [15]$$

en donde \underline{M} es la matriz de masas (que se diagonaliza por conveniencia de cálculo), \underline{P}^n incluye la contribución de las fuerzas máscas y de contorno, \underline{F}^n es el vector divergencia de tensiones y \underline{H}^n es la resistencia a los modos espúreos. Para avanzar al tiempo t^{n+1} se utiliza la siguiente integración central en diferencias temporales:

$$\underline{\ddot{a}}^n = \underline{M}^{-1} (\underline{P}^n - \underline{F}^n) \quad \left| \quad \Delta t^{n+1/2} = (\Delta t^n + \Delta t^{n+1}) / 2 \right.$$

$$\underline{v}^{n+1/2} = \underline{v}^n - 1/2 \underline{\ddot{a}}^n \Delta t^n + \underline{\ddot{a}}^n \Delta t^{n+1/2} \quad [16]$$

$$\underline{x}^{n+1} = \underline{x}^n + \underline{v}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}$$

Con \underline{V} y \underline{X} , los vectores globales de las coordenadas y velocidades de los nudos, respectivamente.

En el caso de materiales elasto-plásticos e hiperelásticos las tensiones se integran incrementalmente a lo largo del tiempo:

$$\sigma_{ij}(t + dt) = \sigma_{ij}(t) + \dot{\sigma}_{ij} dt \quad [17]$$

En esta ecuación y en las siguientes se desprecia la influencia de la viscosidad volumétrica en el tensor de tensiones. La derivada respecto al tiempo se designa por $(\dot{\quad})$ y σ_{ij} puede expresarse aproximadamente como sigue:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^{\nabla} + \sigma_{ik} \Omega_{kj} + \sigma_{jk} \Omega_{ki} \quad [18]$$

en donde el tensor rotación es:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad [19]$$

y la velocidad de tensión Cauman (corotacional) se define como:

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = C_{ijhl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad [20]$$

En la ecuación [20] C_{ijhl} corresponde a la matriz constitutiva del material y $\dot{\epsilon}_{kl}$ es el tensor de velocidad de deformación:

$$\dot{\epsilon}_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad [21]$$

Los tensores $\dot{\epsilon}_{ij}$ y Ω_{ij} se evalúan en los centros de los elementos en función de la matriz:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \sum_{k=1}^8 \frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} v_i^k$$

Si se define la presión mediante una ecuación de estado como función del volumen relativo y de la energía o temperatura T , es decir:

$$p = p(V, E) = p(V, T) \quad [22]$$

se obtiene los componentes de la tensión desviatoria

$$S_{ij}^{n+1} = \sigma_{ij}^n + r_{ij}^n + p^n \delta_{ij} + C_{ijhl} \dot{\epsilon}_{ij}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}$$

donde $\dot{\epsilon}_{ij}^{n+1/2}$ es el tensor de velocidad de deformación desviatoria.

Antes de la ecuación de estado, se calcula la viscosidad volumétrica q y se pone al día la energía interna total, e , del elemento, antes de ser evaluado el valor del tanteo e^* .

$$e^{*n+1} = e^n - \frac{1}{2} \Delta V (p^n + q^n) + V^n + 1/2 S_{ij}^{n+1/2} \Delta \epsilon_{ij}^{n+1/2}$$

con

[23]

$$\Delta V = V^{n+1} - V^n, \quad V^n + 1/2 = \frac{1}{2} (V^n + V^{n+1})$$

y V el volumen del elemento.

$$S_{ij}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (S_{ij}^n + S_{ij}^{n+1})$$

$$q^n = \frac{1}{2} (q^{n-1/2} + q^{n+1/2})$$

Es preciso incluir la viscosidad artificial, introducida pioneramente por Neumann y Richtmyer (8) con objeto de evitar las discontinuidades que se producen en la transmisión de la onda de choque, en su frente. El método permite incluir un aumento en la presión en los elementos de viscosidad q . A cierta distancia del frente de choque, la influencia de esta viscosidad es nula. A través del choque, las condiciones de salto de Hugoniot siguen siendo válidas con la introducción de esta viscosidad artificial. Detalles pueden verse en Noh (9).

Existe, por otra parte, la exigencia de un intervalo crítico en el tiempo según el tamaño de cada elemento e

$$\Delta t_c = 0.9 V_e / [Q + (Q^2 + C^2)^{1/2} A_{e \max}] \quad [24]$$

con

$$Q = Q_2 c + Q_1 V_e / \epsilon_{kk} / A_{e \max}.$$

V_e es el volumen del elemento y $A_{e \max}$ el área de su cara mayor.

Una característica importante en todos los programas de computador que analizan el problema de choques, corresponde a los algoritmos que utilizan en el tratamiento del contacto-impacto. Existen tres métodos distintos desarrollados con este fin:

- Restricciones nodales.
- Penalización.
- Parámetros distribuidos.

Cada uno de ellos será brevemente descrito a continuación. Conviene distinguir en estos métodos, excepto en la penalización, dos tipos de caras o interfaces: la cara maestra y esclava. Cada cara se define como un conjunto de todos los segmentos cuadriláteros y triangulares que la componen. Los nudos de las caras respectivas se deno-

minan maestros y esclavos. Los nudos esclavos están obligados a deslizar a lo largo de la cara maestra después del impacto y permanecer en ella hasta que se produzca una tracción entre el nudo y la superficie.

En el *método de la restricción nodal*, las condiciones de contorno se imponen en las ecuaciones globales mediante transformación de las componentes de los movimientos de los nudos esclavos a lo largo de la superficie de contacto. Usando esta transformación se elimina el grado de libertad del nudo esclavo normal a la superficie y se distribuye la fuerza normal sobre los nudos maestros.

Los problemas computacionales aparecen cuando la zonificación de la superficie maestra es más fina que la esclava (figura 6). Conviene recordar que debido a los grandes movimientos, una zonificación inicial adecuada puede modificarse de un modo importante en fases más avanzadas en el tiempo.

El *método de la penalización* consiste en colocar muelles elásticos normales a las interfaces entre los nudos que penetran y la superficie de contacto. La constante de muelle depende del espesor y módulo volumétrico del elemento. Es un método fácil de implementar en el cálculo, y no introduce problemas numéricos de "hourglass". Sin embargo, cuando la presión de contacto es muy grande, pueden aparecer penetraciones inaceptables. Es posible reescalar el tiempo o incrementar la rigidez del muelle, pero a costa de un mayor esfuerzo de cálculo.

El *método del parámetro distribuido* se distribuye la mitad de la masa del elemento esclavo en contacto sobre el área de la superficie maestra cubierta. También las tensiones internas. Después de realizar estas distribuciones se pone al día la aceleración de la superficie maestra. Se introducen restricciones a las aceleraciones y velocidades de los nudos esclavos para que sus movimientos permanezcan en la superficie maestra. No se permite en ningún caso a estos nudos penetrar, como en los problemas hidrodinámicos, y los problemas lógicos de vuelta atrás desaparecen con esta actuación.

La descripción pormenorizada de estos procedimientos específicos del análisis contacto-impacto sería inadecuada en el contexto de este artículo.

4. — METODO APROXIMADO. CARGA LIMITE

4.1.— Introducción

Cuando el principal objetivo del cálculo corresponde al diseño de un absorbedor del choque, es decir, de una

estructura que bajo el impacto pueda absorber la mayor parte de la energía cinética, antes de producir ningún daño estructural innecesario al sistema que defiende. En esta situación, la filosofía del proyecto puede dirigirse a la búsqueda de un mecanismo esperado de colapso que pueda captar la mayoría de la energía cinética y convertirla en energía de deformación plástica, antes de que tenga tiempo a "escapar" a la estructura principal que se defiende. Este procedimiento ha sido aplicado con bastante frecuencia en las industrias de coches.

Una técnica aproximada de cálculo, desarrollada conjuntamente por el Imperial College de Londres y Babcock Power Limited, basada en la filosofía anterior y conocida como técnica de la carga límite se describe a continuación.

Inicialmente, se calcula la estructura bajo la acción de las cargas, supuestas aplicadas estáticamente. Sin embargo, debido a la naturaleza de la carga aplicada y la importancia significativa de los efectos de inercia, se introduce a continuación de un modo iterativo estos efectos. Las fuerzas de inercia de la estructura se calculan a partir de la deformada obtenida al final de la primera iteración que resulta de la primera carga estática de colapso de la estructura. De esta forma, sucesivamente se va calculando de un modo estático, incluyendo las fuerzas de inercia deducidas del cálculo anterior, a partir de la deformada resultante.

Los objetivos del método son:

- (1) Calcular un límite superior de la carga de colapso de la estructura.
- (2) Identificar los mecanismos de fallo de la estructura.
- (3) Evaluar la cantidad de energía del choque que puede ser absorbida mediante deformación plástica en una cierta área de la estructura.

El método de la carga límite se describe en detalle en el subapartado 4.2. Sin embargo, debido a los efectos de inercias de la estructura, debe modificarse el método como sigue:

- (1) Calcular la carga plástica de colapso de la estructura al comienzo de la iteración, de acuerdo con 4.2.
- (2) Obtener el modo de deformación del colapso, relacionarlo con la aceleración nodal y calcular de ahí las fuerzas de inercia correspondientes.
- (3) Calcular la nueva carga de colapso bajo la acción suma de las fuerzas de los pasos (1) y (2).

- (4) Repetir los pasos (1) a (3) hasta alcanzar la convergencia requerida.

4.2.- Método de la carga límite

A continuación, se describe someramente el procedimiento de cálculo que se utiliza en este método.

En primer lugar, el criterio de la carga límite establece que

- (1) En los elementos en tramo plástico ocurre que $\sigma = \sigma_y$ en donde [25]
 σ es el nivel real de la tensión del elemento
 σ_y es el nivel de tensión de plastificación del material.

- (2) En los elementos que no han entrado en la zona de plastificación y para los materiales rígido-plásticos, se establece una matriz de plastificación k_f (matriz de flujo del elemento) que se define más adelante.

- (3) Por último, el trabajo exterior debe de equilibrar la energía de deformación interna (sus velocidades o cambios por unidad de tiempo), es decir, se cumple

$$\dot{\underline{x}}^T \cdot \underline{P} = \sum_{\alpha} \oint_{V} \dot{\underline{\epsilon}}^T \cdot \underline{\sigma} dv \quad [26]$$

siendo

$\dot{\underline{x}}$ las velocidades nodales

\underline{P} las cargas aplicadas en los nodos

La consideración de las tres condiciones anteriores hace posible obtener un límite superior de la carga límite.

Se define la matriz de flujo del elemento k_f por la relación $\underline{k}_f \dot{\underline{x}} = \underline{P}$ [27]

Conviene observar la semejanza de la ecuación [27] con la clásica expresión del análisis estático.

$$\underline{k}_e \underline{x} = \underline{P}$$

con \underline{k}_e la matriz de rigidez del elemento.

Se puede mostrar asimismo, que con el valor arbitrario del módulo de elasticidad, E , adecuadamente elegido y haciendo tender el coeficiente de Poisson ν a 0,5, se cumple la relación

$$\underline{k}_e = \underline{k}_f \quad [28]$$

Tras las consideraciones anteriores, se puede establecer

el procedimiento de cálculo:

- (1) Aplicar un nivel de cargas suficientemente elevado, de modo que produzca la plastificación en todos los elementos, es decir, que las tensiones sean superiores de las correspondientes de plastificación del material ($\sigma > \sigma_y$).

- (2) Calcular los trabajos exteriores, W_{ext} , e internos W_{int} mediante las expresiones

$$W_{ext} = \dot{\mathbf{x}}^t \cdot \mathbf{P} \quad [29]$$

$$W_{int} = \sum_e \int_v \dot{\epsilon}^t \cdot \sigma_y dv \quad [30]$$

en donde para el trabajo interno debe considerarse las tensiones σ_y y no las realmente calculadas σ .

- (3) Multiplicar las cargas aplicadas por el factor $\gamma = \frac{W_{int}}{W_{ext}}$ es decir, proceder al cálculo bajo las cargas

$$\frac{W_{int}}{W_{ext}} \cdot \mathbf{P}$$

- (4) Para los elementos con $\sigma < \sigma_y$ modificar su rigidez γk_f , que dependerá de las diferencias $\sigma_y - \sigma$. Este paso produce unos elementos no en colapso más rígidos.

- (5) Resolver las ecuaciones con las nuevas rigideces y nuevas cargas.

- (6) Repetir los pasos (2) al (6) hasta que las condiciones de carga límite se satisfagan dentro de los límites requeridos.

Los cálculos estáticos anteriores pueden llevarse a cabo mediante un programa típico en elementos finitos.

5. — CONSIDERACIONES FINALES

El análisis del impacto de un buque contra la estructura de un puente puede ser realizado con un elevado grado de precisión, si las características del buque (geometría, velocidad, ángulo de choque, etc.) y condiciones constitutivas de los materiales son conocidos. En efecto, el nivel de los conocimientos alcanzados en el área del cálculo de las estructuras, grado de sofisticación de las técnicas numéricas de resolución de los problemas de campo, así como la potencia medida en capacidad de almacenamiento y velocidad de cálculo conseguida con las modernas computadoras hacen posible el tratamiento mediante modelos matemáticos de fenómenos físicos complejos cuyo planteamiento y resolución era inconcebible hace apenas una década. Un ejemplo de este tipo corresponde al impacto de buques sobre estructuras. En este caso la acción del agua — en forma de masa añadida y amortiguamiento de la vibración — debe de ser explícitamente considerada, de un modo análogo a como frecuentemente (Chopra, Clough en U.S.A., Pallars' en España) se viene realizando en el análisis de estructuras sumergidas o semisumergidas bajo acciones sísmicas (túneles, presas, torres de toma, etc.).

La incertidumbre de algunos datos de partida podría, si la importancia de la obra lo requiere, como es el caso del puente de Gibraltar, ser tratada mediante técnicas probabilísticas, en particular con una simulación de Montecarlo.

REFERENCIAS

- (1) CEGEG. "Symposium d'Ingénierie" Tángen. 3-4 de mayo (1982).
- (2) "Ship collision with bridges and offshore structures. Colloquium. Copenhagen. Junio (1983).
- (3) Fauchart, J. "Chocs sur structures élastiques". Symposium d'Ingénierie. Tángen. 3-4 de Mayo (1982).
- (4) Hallquist, J.O. "Theoretical Manual for DYNA 3D" Lawrence Livermore Laboratory UCID-19401. Publicación provisional. Junio (1982).
- (5) Flanagan, D.P. y Belytschko, T. "A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control". International Journal of Numerical Methods. Engineering 17,679-706 (1981).
- (6) Wilkins M.L., Blum R.E. et al "A Method for Computer Simulation of Problems in Solid Mechanics and Gas Dynamics in Three Dimensions and Time" Universidad de California. Lawrence Livermore Laboratory Rept. UCRL-51574. Rev. 1 (1975).
- (7) Koslov D. y Frazier G.A. "Treatment of Hourglass Patterns in Low Order Finite Element Codes" Int. Journ. Num. and Anal. Methods in Geomechanics. V. 2 (1978).
- (8) Von Neuman, J. y Richtmyer R.D. "A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamical Shocks" J. Appl. Phys. 21, p. 232 (1950).
- (9) Noh, W.F. " Numerical Methods in Hydrodynamic Calculation" University of California, Lawrence Livermore Laboratory, Rept. UCRL-52112 (1976).

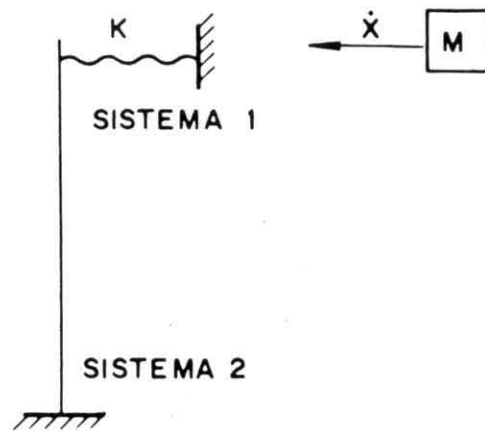


FIG. 1. — Idealización simplificada de un impacto.

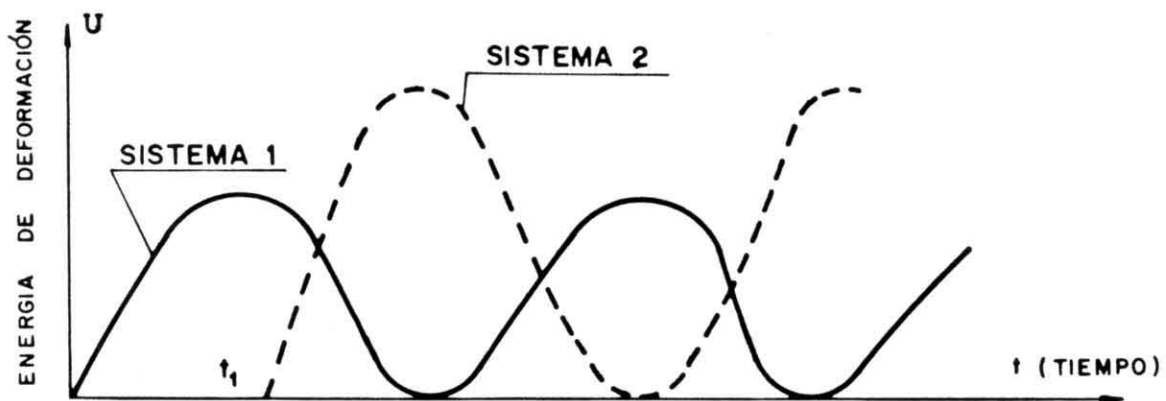


FIG. 2. — Sistema elástico. Variación de la energía de deformación.

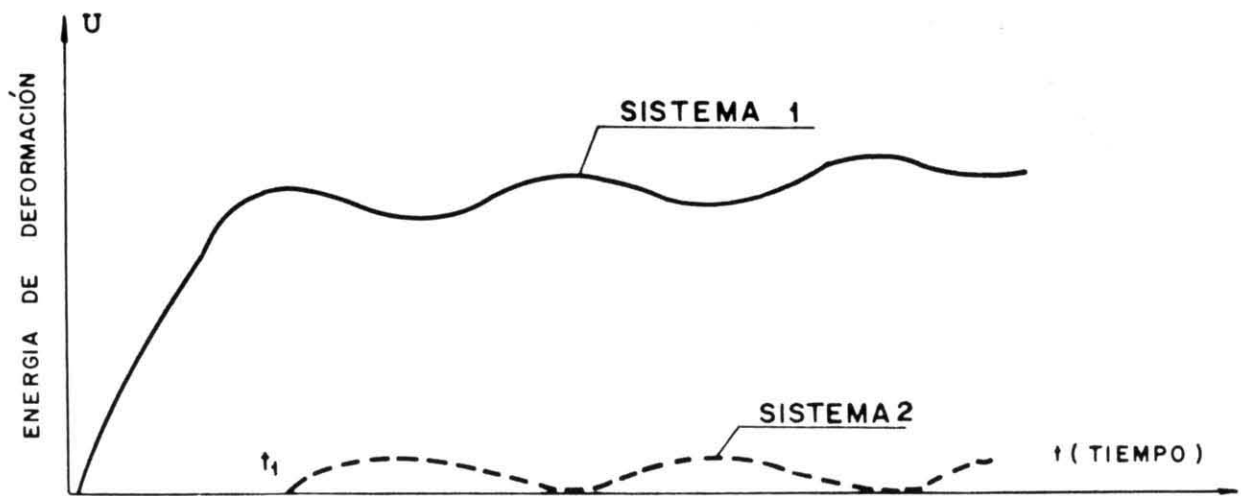


FIG. 3. — Sistema plástico. Variación de energía de deformación.

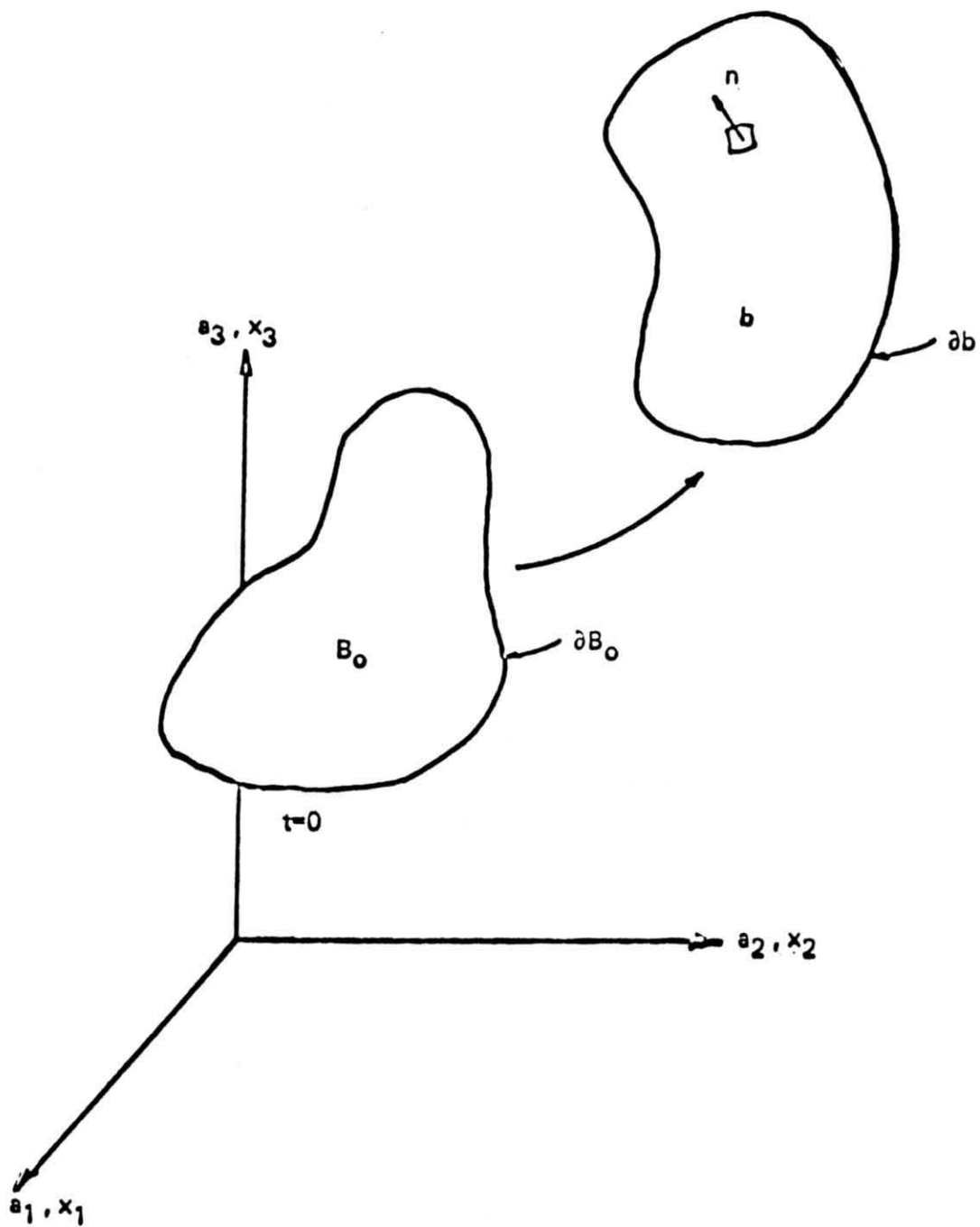


Figura 4.- Notación.

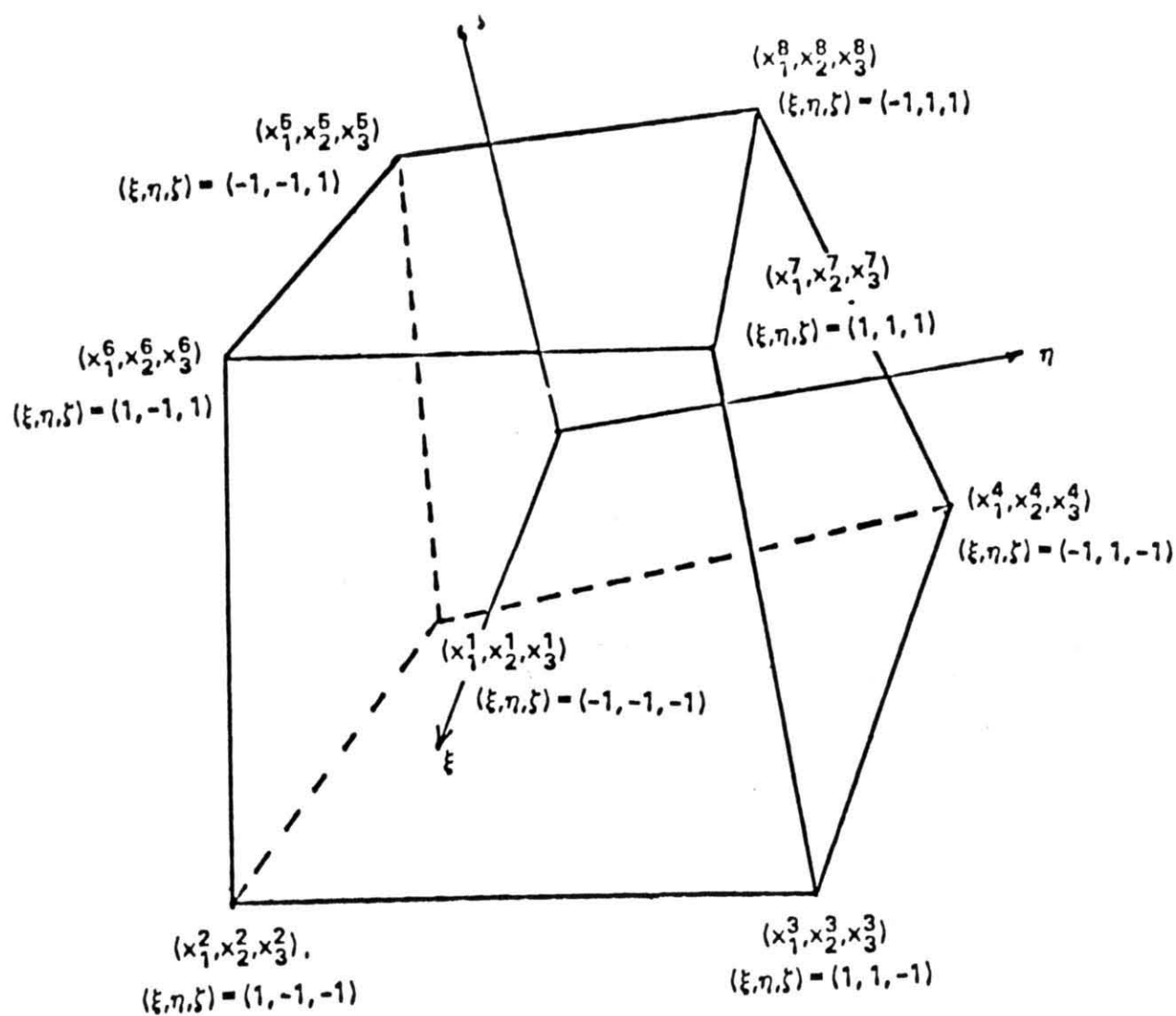


Figura 5.— Elemento exaédrico de ocho nudos.

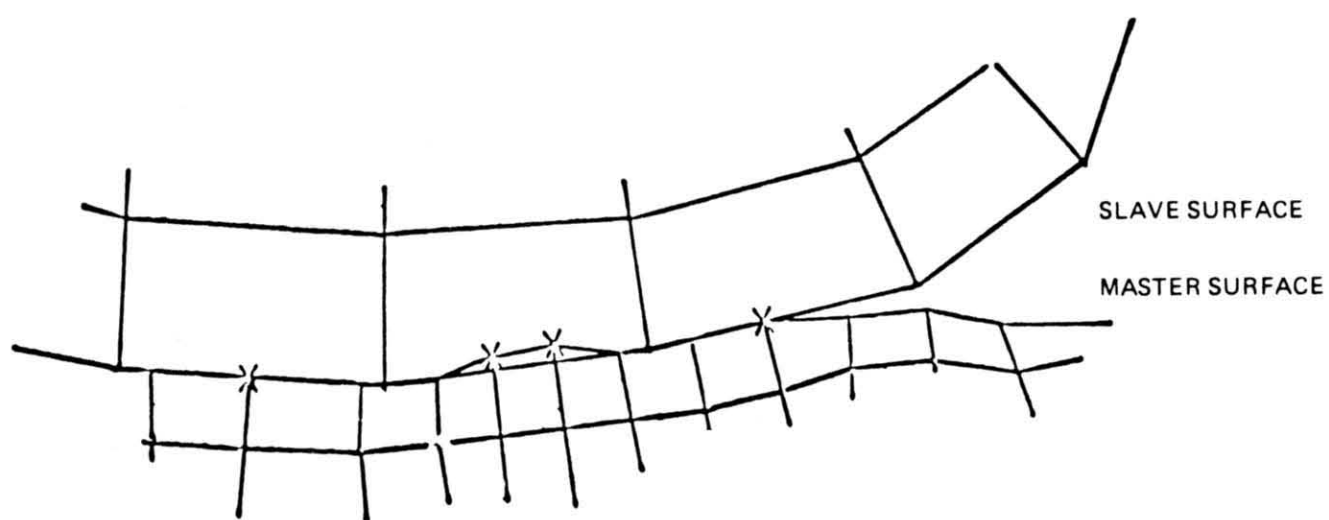


Figura 6.— Nudos en la superficie deslizante maestra designados con "X" son tratados con nudos de superficie libre en el método de la restricción nodal.